TEOREMA STONE-WEIERSTRASS

Oleh
Ratna Nur Wahyuningsih
NIM. 023114739

ABSTRAK

Skripsi ini bertujuan untuk mengkaji teorema pendekatan Weierstrass dan untuk mengkaji teorema Stone-Weierstrass.

Pembahasan dalam skripsi ini dimulai dengan mengkaji bagaimana teorema pendekatan Weierstrass serta pembuktiannya, setelah itu mengkaji bagaimana teorema Stone-Weierstrass serta pembuktiannya.

Teorema pendekatan Weierstrass menyatakan jika f adalah suatu fungsi kompleks kontinu pada $[a,b]$, maka ada suatu barisan suku banyak P_n sehingga $\lim_{n\to\infty} P_n(x) = f(x)$ seragam pada $[a,b]$. Jika f riil, maka P_n juga riil. Teorema Stone-Weierstrass menyatakan jika $\mathcal{A}$ suatu *aljabar* dari fungsi kontinu riil pada himpunan kompak K dan $\mathcal{A}$ memisah titik-titik pada K dan tidak pernah nol di setiap titik manapun pada K maka *closure* seragam $\mathcal{B}$ dari $\mathcal{A}$ terdiri dari semua fungsi kontinu riil pada K. Pembuktian teorema Stone-Weierstrass dilakukan dalam 4 langkah: i) Dibuktikan: Jika $f \in \mathcal{B}$, maka $|f| \in \mathcal{B}$. ii) Dibuktikan: Jika $f \in \mathcal{B}$ dan $g \in \mathcal{B}$, maka maks $\{f,g\} \in \mathcal{B}$ dan min $\{f,g\} \in \mathcal{B}$. iii) Dibuktikan: Jika diberikan suatu fungsi riil f yang kontinu pada K, suatu titik $x \in K$ dan sebarang $\varepsilon > 0$, maka ada suatu fungsi $g_x \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $g_x(x) = f(x)$ dan $g_x(t) > f(t) - \varepsilon$ untuk $t \in K$. iv) Dibuktikan: Jika diberikan suatu fungsi riil f yang kontinu pada K, dan sebarang $\varepsilon > 0$, maka terdapat suatu fungsi $h \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $|h(x) - f(x)| < \varepsilon$ untuk $x \in K$. Karena $\mathcal{B}$ tertutup seragam, pernyataan di atas ekuivalen dengan konklusi dari teorema 3.2.1.